

РОССИЙСКОЕ АКУСТИЧЕСКОЕ ОБЩЕСТВО

**ЕЖЕГОДНИК
2005**

АКУСТИКА НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

**СБОРНИК ТРУДОВ
СЕМИНАРА НАУЧНОЙ ШКОЛЫ
ПРОФ. С.А. РЫБАКА**

Москва, 2005 г.

УДК 534
ISBN

*Акустика неоднородных сред. Ежегодник Российского акустического общества.
Труды научной школы проф. С.А. Рыбака. - М., 2005, 194с.*

Редакционная коллегия Ежегодника Российского акустического общества

Дубровский Н.А., Руденко О.В., Гурбатов С.Н., Есипов И.Б., Абрамов О.В., Акуличев В.А., Бибииков Н.Г., Голямина И.П., Догадов А.А., Каллистратова М.А., Кедринский В.К., Лопашев Д.З., Миронов М.А., Мунин А.Г., Осипов Г.Л., Рыбак С.А., Сорокин В.Н., Тимошенко В.В., Токмакова С.П., Фурдуев А.В., Шкуратник В.Л., Юдина Е.В.

Ответственный редактор выпуска:

профессор Рыбак Самуил Акивович

В сборнике представлены работы ряда ведущих специалистов в области акустики неоднородных сред, которые обсуждались в последнее время на семинарах научной школы проф. С.А. Рыбака. Волны в неоднородных средах привлекают пристальное внимание как инструмент диагностики сред, поскольку параметры дисперсии, поглощения и нелинейности, формирующие волну, весьма чувствительны к изменению состояния среды. Содержание сборника рассчитано как на специалистов в области физической акустики, так и на начинающих исследователей, интересующихся проблемами современной акустики.

© Российское акустическое общество

© Российский фонд фундаментальных исследований

И.А. Урусовский

СРТ-СИММЕТРИЯ В ЕЁ ШЕСТИМЕРНОЙ ТРАКТОВКЕ

*Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева
Россия, 117036, Москва, ул.Шверника,4
E-mail: mironov@akin.ru*

В отличие от стандартной формулировки СРТ-теоремы, в которой сопоставляются свойства частиц и античастиц соответственно при прямом и обратном течении времени, в шестимерной трактовке СРТ-симметрии сопоставляются свойства одной и той же элементарной частицы при прямом и обратном ходе времени. В этой трактовке заряды частиц и античастиц одинаковы, но знак электрического или магнитного поля определяется направлением вращения частиц в дополнительном пространстве по окружности комптоновского радиуса. При обращении течения времени направление указанного вращения меняется на противоположное, что приводит к изменению знаков полей. При этом имеет место зеркальное отражение: левое меняется на правое и наоборот, движение частицы в полном пространстве по винтовой траектории комптоновского радиуса с вращением влево (вправо) по ходу движения меняется на движение вспять с вращением вправо (влево) по ходу движения. Соответствующая формулировка теоремы такова: При обращении течения времени частица движется в полном пространстве вспять по той же траектории, что и при прямом ходе времени. При этом автоматически изменяются на противоположные знаки полей, а траектория по ходу движения оказывается зеркально отраженной. Дана шестимерная трактовка силы кулоновского взаимодействия между двумя зарядами. Проекция этой силы на трехмерное подпространство имеет максимум и стремится к нулю не только при неограниченном увеличении трехмерного расстояния между частицами, но и при стремлении его к нулю. Обсуждается возможность экспериментальной проверки этого. Показано, что кулоновская сила обусловлена движением зарядов в дополнительном пространстве и равна соответствующей силе Лоренца.

Уравнение дисперсии для акустического волновода, для электромагнитного волновода и для волн де Бройля одно и то же: $v_{ph}v_g = c^2$, где v_{ph} – фазовая скорость волн, v_g – групповая скорость (для волн де Бройля равная скорости соответствующей частицы), c – скорость волн в свободной среде (скорость звука в первом случае и света в двух других). Основной характеристикой любого волновода является то, что он имеет конечные поперечные размеры. Они и обуславливают дисперсию волн. Это указывает на то, что пространство, с которым мы имеем дело в экспериментах, является трёхмерным лишь приближенно и имеет малую (комптоновскую) толщину в дополнительном подпространстве.

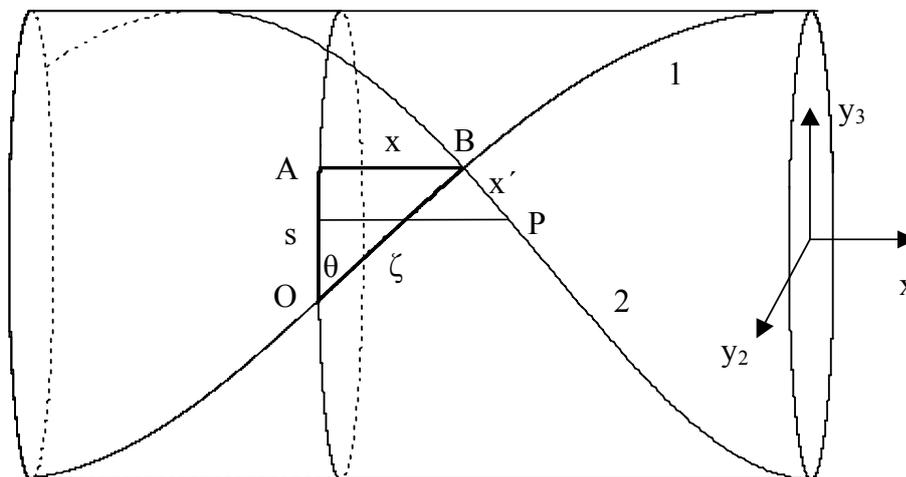
Предлагаемая трактовка основана на принципе простоты [1], отдающем предпочтение той из конкурирующих гипотез, которая основана на меньшем числе постулатов, т.е. более проста. Она восходит к утверждению Эйнштейна, что "природа экономит на принципах", и к идее Ф. Клейна [2 – 4] о движении частиц со скоростью света в многомерном пространстве, также вписывающихся в принцип простоты и его конкретизирующих.

Как известно, свет и частицы вещества обладают как корпускулярными, так и волновыми свойствами, примерами чего являются дифракция электронов, когда

электрон ведёт себя как волна, и фотоэффект, когда свет проявляет себя как частица. Поэтому, следуя принципу простоты, естественно предположить, что некоторые основные свойства света и частиц вещества одинаковы. Основным свойством света является то, что он распространяется с одинаковой скоростью в любой системе отсчёта. Тогда и элементарные частицы вещества должны двигаться с той же скоростью. Это невозможно в трёхмерном пространстве, но возможно в многомерном, если положение частиц регистрируется наблюдателем в проекции на трехмерное пространство x_1, x_2, x_3 (X), которое будем полагать однородным и изотропным. При этом ньютоновские представления, распространённые на шестимерное евклидово пространство (R_6), при проецировании событий на трёхмерное подпространство X дают общепринятые релятивистские результаты.

Полное пространство предполагается шестимерным, поскольку лишь для него возможна простая интерпретация спина и изоспина электрона и других частиц. Первое обоснование шестимерности пространства было дано в [5], где получены теоретические значения фундаментальных физических постоянных.

Предположим, что для движущихся в шестимерном пространстве R_6 элементарных частиц, рассматриваемых как материальные точки, применимы формулы механики Ньютона при подходящем выборе времени (указанном ниже). На частицы должны действовать силы, ортогональные к подпространству X и удерживающие частицы в его малой окрестности. Если бы таких сил не было, то образование макроскопических тел было бы невозможно. Положение частиц фиксируется наблюдателем в проекции на подпространство X . (Точнее, здесь используется малый в космологическом масштабе участок X , касательный к трехмерной Вселенной как трехмерной сфере в R_6 , в пренебрежении кривизной этого участка).



1 – винтовая траектория частицы, движущейся в шестимерном пространстве со скоростью света C по цилиндрической поверхности комптоновского радиуса $a = \hbar/(mc)$ с осью в подпространстве X и направляющей в подпространстве Y ;

2 – винтовая линия равного собственного времени этой частицы, проходящая через частицу перпендикулярно её винтовой траектории и движущаяся по той же цилиндрической поверхности со скоростью волн де Бройля; шаг этой линии равен длине волны де Бройля.

Частица, неподвижная в проекции на X в инерциальной системе трёхмерного наблюдателя (эту систему можно принять за неподвижную) движется со скоростью света в простейшем случае по окружности, расположенной в одной из плоскостей дополнительного трёхмерного подпространства $y_1, y_2, y_3 (Y)$ с центром, расположенным в X (при $y_1 = y_2 = y_3 = 0$). В любой другой инерциальной системе отсчёта рассматриваемая частица движется в R_6 по винтовой линии, расположенной на цилиндрической поверхности, которую для краткости будем называть трубкой движения, с осью, принадлежащей X .

Естественной мерой собственного времени частицы является число её оборотов в дополнительном подпространстве Y вокруг оси трубки. Поэтому будем считать собственное время частицы пропорциональным этому числу или пути, пройденному в Y .

Вообще, число оборотов частицы пропорционально $|\cos \theta|$, где θ – угол наклона винтовой линии к направляющей трубки движения (см. рисунок). Поэтому, если частица совершает один оборот за собственное время τ , то по часам неподвижного наблюдателя, относительно которого частица движется вдоль трубки со скоростью $v = c \sin \theta$, где c – скорость света, это произойдёт за время $t = \tau / |\cos \theta|$. Очевидно, что

$$\sin \theta = v/c, \quad \cos \theta = \pm \sqrt{1 - (v/c)^2}, \quad (1)$$

где верхний знак перед квадратным корнем относится к частице, вращающейся вокруг оси трубки в положительном направлении, нижний – к её античастице, вращающейся в противоположном направлении. Такой выбор знака соответствует следующему соотношению между промежутками собственного времени частицы (или античастицы) $d\tau$ и времени неподвижного наблюдателя dt :

$$dt = \pm d\tau / \cos \theta = d\tau / \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad (2)$$

Частица, движущаяся со скоростью света c в неподвижной системе отсчёта (K) под углом θ к направляющей трубки, имеет составляющую скорости по направляющей, равную $v \cos \theta$. Ход собственного времени частицы с точки зрения неподвижного наблюдателя замедляется согласно (2) также пропорционально $\cos \theta$. Поэтому рассматриваемая частица и в собственной системе отсчёта (K') движется по направляющей со скоростью света c .

Неподвижная в системе K частица также движется по направляющей со скоростью света c , перемещаясь по направляющей за собственное время $d\tau$ на интервал ds , равный

$$ds = \pm c d\tau. \quad (3)$$

Количество движения этой частицы есть вектор, направленный по касательной к направляющей в точке, в которой частица в данный момент находится, и по величине равный mc – произведению массы частицы m на её скорость. Эта величина равна импульсу покоя релятивистской механики. Энергия покоя E_0 по определению равна произведению импульса покоя на скорость частицы по направляющей, так что $E_0 = mc^2$. В общем случае полный импульс частицы есть вектор, направленный по

касательной к её винтовой траектории на трубке движения и по величине p равный произведению массы частицы m на отношение пройденного ею пути

$$d\zeta = cdt \quad (4)$$

в полном пространстве к затраченному на этот путь собственному времени $d\tau$:

$$p = m \frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{mc}{|\cos\theta|} = mc / \sqrt{1 - (v/c)^2} . \quad (5)$$

Это релятивистская формула для полного импульса частицы [6].

Проекции p_x и p_y полного импульса на образующую и направляющую трубки равны соответственно координатной и временной компонентам 4-импульса частицы [6]:

$$p_x = \pm mc \operatorname{tg} \theta = mv / \sqrt{1 - (v/c)^2} , \quad p_y = \pm mc . \quad (6)$$

В общем случае $\theta \neq 0$ и полная энергия частицы E равна произведению полного импульса p на скорость движения c по винтовой линии:

$$E = pc = \frac{mc^2}{|\cos\theta|} = mc^2 / \sqrt{1 - (v/c)^2} . \quad (7)$$

Этой величине равна полная релятивистская энергия частицы. Заметим, что отношение полной энергии к полному импульсу частицы оказывается таким же, как и для фотона, что является ещё одним общим свойством света и вещества.

Будем считать, что противоположно заряженные частицы вращаются вокруг оси трубки движения в противоположных направлениях. Частицы и античастицы имеют противоположные заряды и вращаются в противоположных направлениях. При обращении времени вспять частица должна будет двигаться вспять по своей траектории – винтовой линии – и поэтому вращаться в противоположном направлении. Значит, и знак её заряда должен будет измениться на противоположный, так что частица должна будет превратиться в свою античастицу. При этом движение частицы будет зеркально отражённым. Совокупность всех этих свойств частиц и античастиц составляют содержание СРТ-теоремы.

Перемещение частицы на интервал ds по направляющей трубки движения и соответствующий ему поворот на центральный угол $d\phi = ds/a$, где a – радиус поперечного сечения трубки, являются инвариантами. Инвариантность интервала является исходным пунктом теории относительности. Шестимерная трактовка делает эту инвариантность очевидной: угол поворота ϕ частицы вокруг оси трубки не зависит от скорости наблюдателя относительно этой частицы.

Обозначим через dx в системе отсчёта K проекцию перемещения $d\zeta$ частицы по поверхности трубки на её образующую и применим теорему Пифагора к прямоугольному треугольнику OAB на поверхности трубки, представленному на рисунке. В результате получим выражение для интервала $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2$. Проецируя стороны этого треугольника на траекторию частицы, находим

$$s \cos \theta + x \sin \theta = \zeta . \quad (8)$$

Выберем начальные условия в виде $t = \tau = 0$ при $x = s = 0$. Им соответствуют в согласии с (3) и (4) соотношения

$$s = \pm c \tau \zeta = ct. \quad (9)$$

Подставив (1) и (9) в (8), получим преобразование Лоренца во времени

$$\tau = \pm [t - (x/c) \sin \theta] / \cos \theta = [t - (xv/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2}.$$

Аналогичное рассуждение применительно к системе отсчёта K' с учётом того, что система K движется относительно рассматриваемой частицы со скоростью $-v$, приводит к обратному преобразованию

$$t = \pm [\tau + (x'/c) \sin \theta] / \cos \theta = [\tau + (x'v/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2},$$

где x' – координата вдоль образующей в системе K' . Переходу от системы K к системе K' соответствует поворот на угол $-\theta$ вокруг точки $x = s = 0$ координатной сетки x, s на поверхности трубки движения вместе с траекториями частиц на ней, который переводит винтовую траекторию в направляющую трубки.

Для геометрической интерпретации и остальных преобразований Лоренца рассмотрим траекторию частицы, движущейся вдоль трубки с той же скоростью v и пересекающей в момент $t = 0$ перпендикулярную ей винтовую линию $s \cos \theta + x \sin \theta = 0$ в произвольной точке P . В системе отсчёта K траектории, составляющие угол θ с направляющей, являются линиями постоянных значений координаты x' системы K' . Координата $x' = BP$ отсчитывается по винтовой линии, описываемой уравнением (8), от нормального сечения трубки $x = vt = \zeta \sin \theta$ до сечения, которого частица P достигает в момент времени t ; координата x частицы есть её расстояние от направляющей OA . Проецируя отрезки x' , x , отрезок ζ траектории частицы и отрезок s на образующую и направляющую трубки, траекторию частицы и перпендикулярное к траектории направление (вдоль x'), получим при $\cos \theta > 0$:

$$\begin{aligned} x' \cos \theta + \zeta \sin \theta &= x, & s \cos \theta + x \sin \theta &= \zeta, & \zeta \cos \theta - x' \sin \theta &= s, \\ x \cos \theta - s \sin \theta &= x'. \end{aligned}$$

Поделив эти равенства на $\cos \theta$ и исключив s, ζ и θ посредством (1) и (9), согласно которым в рассматриваемом случае $s = c\tau$, $\zeta = ct$, $\sin \theta = v/c$, $\cos \theta = \sqrt{1 - (v/c)^2}$, нетрудно получить преобразования Лоренца в их стандартной форме.

Собственная длина движущегося твёрдого масштаба есть разность координат x' его концов и в системе K равна длине отрезка винтовой линии, ортогональной траекториям движущихся с ним частиц, – линии одинакового времени системы отсчёта K' , связанной с частицами, между нормальными сечениями трубки движения, соответствующим этим концам. Длина того же движущегося масштаба в неподвижной системе отсчёта – это разность координат x его концов, равная расстоянию по образующей между указанными сечениями, что в $1/\cos \theta$ раз меньше собственной длины.

Таким образом, лоренцово сокращение движущихся масштабов оказывается результатом проецирования длин в многомерном пространстве на трёхмерное пространство. Разновременность пространственно разнесённых событий в одной

системе отсчёта при одновременности их в другой интерпретируется непараллельностью винтовых линий одинакового времени в движущихся одна относительно другой системах отсчёта.

Данная выше интерпретация формулы (2) сохраняет силу и при криволинейной оси трубки движения, поскольку и тогда все нормальные сечения трубки движения перпендикулярны всем направлениям в подпространстве X , содержащем ось трубки.

Энергия фотона равна $h\nu$, где ν – частота света, h – постоянная Планка. В силу принципа одинаковости основных свойств вещества и света, являющегося конкретизацией принципа простоты, энергия покоя частицы mc^2 также должна представляться в виде кванта энергии $h\nu$, так что

$$mc^2 = h\nu. \quad (10)$$

Единственной и естественной частотой ν для частицы вещества является частота её оборотов в дополнительном подпространстве Y . С другой стороны, рассматриваемая частица движется в Y со скоростью света c и поэтому частота ν связана с радиусом a поперечного сечения трубки движения соотношением $2\pi a = c/\nu$. Исключив отсюда и из (10) частоту ν , найдём, что длина направляющей трубки равна комптоновской длине волны: $2\pi a = h/mc$, $a = \hbar/mc$.

Расположенная на той же трубке движения винтовая линия, проходящая через частицу и перпендикулярная винтовой траектории частицы, является линией одинакового текущего времени системы отсчёта K' . Эта линия движется вдоль трубки со скоростью волн де Бройля $V_\phi = c/\sin\theta = c^2/\nu$, где ν – скорость частицы в подпространстве X . Шаг ℓ этой винтовой линии равен длине волны де Бройля

$$\ell = 2\pi a |\operatorname{ctg}\theta| = \frac{h}{mc} |\operatorname{ctg}\theta| = h/p_x = \frac{h}{|m\nu|} \sqrt{1 - (\nu/c)^2},$$

как это видно из (6) и рисунка. Угловая координата s/a винтовой линии, описываемой формулами (8) и (9), равна $\frac{s}{a} = \frac{\zeta}{a \cos\theta} - \frac{x}{a} \operatorname{tg}\theta = \frac{ct - x \sin\theta}{\cos\theta} \frac{mc}{\hbar}$ где $\hbar = h/2\pi$. Отсюда и из (6) и (7) видно, что эта угловая координата равна фазе волны де Бройля $\pm [Et - p_x(x/\hbar)]$. Угол поворота самой частицы на трубке движения равен этой фазе. Отметим, что функция $\exp(is/a)$ удовлетворяет уравнению Клейна-Гордона.

Собственный момент количества движения частицы \mathbf{S} равен векторному произведению её собственного импульса и радиус-вектора. Составляющие радиус-вектора и скорости частицы вдоль оси трубки движения перпендикулярны плоскости вращения частицы в Y . Поэтому они не вносят вклада в \mathbf{S} , так что для частицы, движущейся в шестимерном пространстве по винтовой линии, а значит, прямолинейно в проекции на подпространство X , \mathbf{S} есть векторное произведение проекций импульса и радиус-вектора частицы на подпространство Y . При этом величина момента количества движения равна $S = |\mathbf{S}| = |p_y a| = mc\hbar/mc = \hbar$. Эта формула оставляет известный произвол в ориентации вектора \mathbf{S} в шестимерном пространстве: он может быть ориентирован по любым направлениям четырёхмерного

подпространства, перпендикулярным плоскости вращения частицы в Y . Момент импульса \mathbf{S} в общем случае имеет четыре ненулевые компоненты по направлениям, перпендикулярным одно другому и плоскости вращения частицы. В случае вращения в плоскости y_2, y_3 такими компонентами будут S_1, S_2, S_3, S_4 по осям x_1, x_2, x_3, y_1 соответственно. При этом $S = (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2)^{1/2} = \hbar$.

Компоненты S_1, S_2, S_3 являются компонентами спина частицы, компонента S_4 есть проекция изоспина частицы, поскольку спин есть проекция вектора \mathbf{S} на подпространство X , а изоспин – проекция вектора \mathbf{S} на подпространство Y . Согласно (6) p_y не зависит от скорости v , поэтому спин и изоспин не зависят от v и преобразованиям Лоренца не подвергаются.

Вектор \mathbf{S} , оставаясь перпендикулярным к плоскости вращения частицы, обладает тремя степенями свободы и может быть ориентирован произвольным образом по указанным четырём осям координат. Частицам со спином $1/2$ соответствует равномерное распределение компонент вектора по четырём осям, перпендикулярным друг другу и плоскости вращения частицы. Тогда эти компоненты равны $+\hbar/2$ или $-\hbar/2$, а сумма квадратов компонент в X равна $(3/4)\hbar^2$, что совпадает с так называемым в квантовой механике "полным" квадратом (в трёхмерном пространстве) собственного момента импульса частицы. Сюда же относятся и ориентации вектора \mathbf{S} , получающиеся из предыдущей допустимыми поворотами, оставляющими одну или две заданные компоненты неизменными. Так, если одна из компонент вектора в X и одна из его компонент в Y имеют фиксированное значение $+\hbar/2$ или $-\hbar/2$, то у вектора остаётся ещё возможность вращения вокруг двух соответственных осей. При этом оставшиеся незафиксированными две компоненты вектора не будут иметь определённого значения (ситуация типичная для квантовой механики, когда фиксированное значение величины является скорее исключением, чем правилом). При равновероятной допустимой ориентации этого вектора среднеквадратичные значения указанных компонент равны $\hbar/2$. Изменение направления вращения вокруг оси трубки движения на противоположное также меняет знаки компонент на противоположные и соответствует переходу к античастице.

Соотношения неопределённостей Гейзенберга обусловлены неопределённостью координат и импульсов частиц в Y , которые подчиняются этим соотношениям. Действительно, пусть направляющая трубки движения частицы расположена в плоскости y_2, y_3 . Тогда проекции импульса частицы на оси y_2 и y_3 и координаты частицы по этим осям соответственно равны

$$p_{y_2} = -mc \sin \varphi, \quad p_{y_3} = mc \cos \varphi, \quad y_2 = \frac{\hbar}{mc} \cos \varphi, \quad y_3 = \frac{\hbar}{mc} \sin \varphi,$$

где φ – угол поворота частицы вокруг оси трубки, отсчитываемый от оси y_2 . Средние по φ значения координат и проекций импульсов равны нулю, а их средние

квадраты соответственно равны $\langle y_2^2 \rangle = \langle y_3^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2$, $\langle p_{y_2}^2 \rangle = \langle p_{y_3}^2 \rangle = \frac{1}{2} (mc)^2$,

откуда следуют искомые соотношения $\langle p_{y_2}^2 \rangle \cdot \langle y_2^2 \rangle = \langle p_{y_3}^2 \rangle \cdot \langle y_3^2 \rangle = \hbar^2 / 4$.

Интересен вопрос: почему величина собственного момента импульса и его компоненты в X и Y , т. е. спин и изоспин не зависят от массы элементарной частицы? В шестимерной трактовке ответ очевиден: импульс пропорционален массе частицы, а радиус комптоновской орбиты такой частицы обратно пропорционален этой массе и поэтому произведение импульса и радиуса орбиты от массы не зависит.

Собственный магнитный момент μ заряженной элементарной частицы определяется аналогично собственному моменту импульса S . А именно, по формуле электродинамики [7] $\mu = \frac{e}{2c} [\mathbf{R}\mathbf{c}]$, где \mathbf{R} – радиус-вектор частицы, \mathbf{c} – вектор её

скорости в Y . Поскольку вклад в векторное произведение) даёт только проекция \mathbf{a} радиус-вектора \mathbf{R} на подпространство Y , $\mu = \frac{e}{2c} [\mathbf{a}\mathbf{c}]$. Отсюда, учитывая взаимную перпендикулярность векторов и равенства $|\mathbf{a}| = a$ и $|\mathbf{c}| = c$, получим величину μ собственного магнитного момента μ частицы, которая, как оказывается, равна магнетону Бора:

$$\mu = |e|a/2 = \frac{\hbar}{2mc} = \mu_B. \quad (11)$$

В простейшем случае, когда вектор μ не имеет компонент в подпространстве Y , его компоненты в X определяют трёхмерный вектор, величина которого равна магнетону Бора.

Проекция магнитного момента на произвольно выделенное направление (так называемая ось квантования) в подпространстве X может иметь фиксированное значение μ_x только в случае, когда проекция собственного момента импульса M_x на это направление также имеет фиксированное значение. Согласно (11) в этом случае $\mu_x = \pm \mu_B$. При равномерном распределении компонент собственного момента импульса по четырём осям, перпендикулярным одна другой и плоскости вращения частицы в Y , $S_x = \pm mca/2$, что равно $+1/2$ или $-1/2$ (в единицах \hbar), откуда $\mu_x/S_x = e/mc$ в соответствии с данными опыта Штерна и Герлаха.

Шестимерная трактовка рассмотренных и ряда других физических величин и явлений изложена в [8-12].

Момент количества движения в общем случае имеет четыре ненулевые компоненты по направлениям, перпендикулярным одно другому и плоскости вращения частицы, в теории спина и изоспина необходимо явно или неявно задействовать четыре координаты и четыре проекции векторов на оси этих координат. Полный момент количества движения \mathbf{M} в R_6 равен векторному произведению полного импульса $\mathbf{p}_x + m\mathbf{c}$ и радиус-вектора частицы $\mathbf{r} + \mathbf{a}$ в R_6 , где \mathbf{p}_x и \mathbf{r} – импульс и радиус-вектор в X , $m\mathbf{c}$ и \mathbf{a} – импульс и радиус-вектор в Y . \mathbf{M} есть четырёхмерный вектор, перпендикулярный плоскости вращения частицы (в Y). При его усреднении за период обращения вокруг оси трубки перекрестные члены исчезают и тогда

$\mathbf{M} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, где \mathbf{L} – орбитальный момент в X , $\mathbf{S} = [\mathbf{a} \, m \, \mathbf{c}]$ – спин-изоспиновый момент вращения в Y . Три составляющие последнего в X представляют спиновые проекции S_1, S_2 и S_3 ; составляющая в Y представляет изоспин S_4 . Отсюда, учитывая взаимную перпендикулярность векторов \mathbf{a} и \mathbf{c} и равенства $|\mathbf{a}| = a$ и $|\mathbf{c}| = c$, получим $S = \hbar$, $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2 = \hbar^2$. При равномерном распределении составляющих по четырём осям координат, перпендикулярных плоскости вращения частицы в Y , $|S_j| = \hbar/2$, $j = 1, 2, 3, 4$; $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 3\hbar^2/4$.

Двум электронам, находящимся на одной трубке движения, энергетически выгодно располагаться на противоположных сторонах трубки. При этом расстояние между ними в полном пространстве будет равно $R = \sqrt{r^2 + 4a^2}$, где r – расстояние между проекциями частиц на X , a – расстояние от оси вращения частиц в Y , зависящее от r и с увеличением r асимптотически стремящееся к $a_\infty = \hbar/(mc)$, где m и c – масса и скорость частицы на бесконечности. При таком вращении в противофазе кулоновская сила отталкивания между двумя электронами в полном пространстве равна e^2/R^2 , где e – заряд электрона. Проекция этой силы на подпространства X и Y соответственно равны $F_{\parallel} = (e^2/R^2)\sin\chi$ и $F_{\perp} = (e^2/R^2)\cos\chi$, где $\sin\chi = r/R$, $\cos\chi = 2a/R$, так что $F_{\parallel} = e^2r/R^3$, $F_{\perp} = 2e^2a/R^3$. Перпендикулярная к X сила F_{\perp} противостоит центростремительной силе $F_0 = mc^2/a_\infty$. Поэтому радиус a окружностей, по которым вращаются частицы в Y , несколько превышает радиус трубки движения на бесконечности a_∞ .

Как и в шестимерной теории тяготения [11, 12], энергия покоя и центробежная сила в Y соответственно равны $E_0 = p_y c_\zeta = mc^2 \sqrt{\gamma}$ и $F_c = p_y c_\zeta / a = E_0 / a$, где c_ζ – скорость частицы на трубке движения, $p_y = \hbar/a$ – импульс покоя, $\sqrt{\gamma} = c_\zeta a_\infty / ca$, так что $c_\zeta = ca \sqrt{\gamma} / a_\infty$.

Баланс сил в Y имеет вид $F_0 = F_{\perp} + F_c$. Принимая во внимание соотношение $e^2/mc^2 = \alpha a_\infty$ (это классический радиус электрона, α есть постоянная тонкой структуры) и введя переменную $z = a/a_\infty$, баланс сил может быть представлен в виде

$$\sqrt{\gamma} = z - 2 \frac{\alpha}{\rho^3} z^2, \quad (12)$$

где $\rho = \sqrt{(r/a_\infty)^2 + 4z^2}$, $r = a_\infty \sqrt{\rho^2 - 4z^2}$, r есть трехмерное расстояние. Из условия сохранения углового момента $c_\zeta a = ca_\infty$ имеем

$$c_\zeta = c/z, \quad \sqrt{\gamma} = 1/z^2. \quad (13)$$

При $r = 0$ $\rho = 2z$ и тогда в силу (12) и (13) имеем уравнение $z^3 - (\alpha/4)z - 1 = 0$, откуда

$$z = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{6}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{6}\right)^3}} = 1 + \frac{\alpha}{12} - \frac{1}{3}\left(\frac{\alpha}{12}\right)^3 + \frac{1}{3}\left(\frac{\alpha}{12}\right)^4 + \dots \quad (14)$$

При встречном движении зарядов с одинаковой по величине скоростью v в X закон сохранения энергии частиц имеет вид

$$\frac{2}{\beta_\infty} mc^2 = \frac{2}{\beta} mc_\zeta^2 + 2 \frac{mc^2}{a_\infty} (a - a_\infty) + \frac{e^2}{R} \left(1 - \frac{v^2}{c_\zeta^2}\right)^{-1}, \quad (15)$$

где $\beta = \sqrt{1 - (v/c_\zeta)^2}$, $\beta_\infty = \sqrt{1 - (v_\infty/c)^2}$, v_∞ – значение v на бесконечности. Левая часть (15) равна полной энергии двух частиц на бесконечности. Первый член правой части уравнения есть полная энергия рассматриваемой пары частиц при заданном r . Второй равен работе против центростремительной силы $F_0 = mc^2/a_\infty$ при сближении частиц до этого расстояния. Третий – электрический потенциал, создаваемый в месте нахождения одного заряда приближающимся к нему другим зарядом. Подстановка (12) и (13) в (15) даёт

$$\frac{1}{\beta_\infty} = \frac{1}{\beta z^2} + \frac{\alpha}{2\rho} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} z^2\right)^{-1} + z - 1. \quad (16)$$

При $v = 0$ (16) сводится к виду $\frac{1}{\beta_\infty} = \frac{1}{z^2} + \frac{\alpha}{2\rho} + z - 1$. Если при этом и $r = 0$, то

$$\frac{1}{\beta_\infty} = \frac{1}{z^2} + \frac{\alpha}{4z} + z - 1 = 2z - 1, \quad (17)$$

откуда и из (14) следует, что при этом кинетическая энергия на бесконечности равна $mc^2 \left(\frac{1}{\beta_\infty} - 1\right) = mc^2 2(z - 1) = mc^2 1.216225 \times 10^{-3}$, для электронов это составляет 621.485 эВ.

Этот же результат получается приравниванием разности полных энергий пары частиц, вычисленных соответственно при $r = \infty$ и $r = 0$, работе против силы F_0 и электрической силы отталкивания e^2/R^2 при изменении r от бесконечности до нуля:

$$mc^2 \frac{2}{\beta_\infty} - 2mc_\zeta^2(r = 0) = 2 \frac{mc^2}{a_\infty} (a - a_\infty) + \int_{2a}^{\infty} \frac{e^2}{R^2} dR \quad (18)$$

при c_ζ и z , данных формулами (13) и (14). Поскольку $e^2 = mc^2 a a_\infty$, после элементарного интегрирования (18) сводится к (17).

В применении формулы Био – Савара к шестимерному пространству полное магнитное поле неподвижного в подпространстве X заряда e на расстоянии R от него

определяется как $\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{e}{cR^2} [\mathbf{c} \mathbf{R}_0]$, где \mathbf{R}_0 – единичный вектор вдоль радиус-вектора \mathbf{R} , $\mathbf{R}_0 = \mathbf{r}_0 \sin \chi + \mathbf{a}_0 \cos \chi = \mathbf{r}_0 (r/R) + \mathbf{a}_0 (2a/R)$, \mathbf{r}_0 – единичный вектор вдоль радиус-вектора \mathbf{r} в X , \mathbf{a}_0 – единичный вектор вдоль радиус-вектора \mathbf{a} в плоскости вращения в Y , \mathbf{c} – вектор скорости движения заряда в Y , так что

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{e}{R^2} [\mathbf{c}_0 \mathbf{R}_0] = \frac{e}{R^2} \{[\mathbf{c}_0 \mathbf{r}_0] (r/R) + [\mathbf{c}_0 \mathbf{a}_0] (2a/R)\}, \quad (19)$$

где \mathbf{c}_0 – единичный вектор вдоль скорости \mathbf{c} . Покажем, что кулоновская сила взаимодействия между двумя зарядами e и e' есть сила Лоренца, действующая на заряды, движущиеся в Y . Согласно (19) она равна

$$\mathbf{f} = \frac{e'}{c} [\mathbf{c}' \mathbf{H}_{\text{tot}}] = \frac{e'e}{cR^2} \{[\mathbf{c}' [\mathbf{c}_0 \mathbf{r}_0]] (r/R) + [\mathbf{c}' [\mathbf{c}_0 \mathbf{a}_0]] (2a/R)\}$$

или, с учётом того, что для двух взаимодействующих электронов $\mathbf{c}' = -\mathbf{c}$,

$$\mathbf{f} = -\frac{e'e}{R^2} \{[\mathbf{c}_0 [\mathbf{c}_0 \mathbf{r}_0]] (r/R) + [\mathbf{c}_0 [\mathbf{c}_0 \mathbf{a}_0]] (2a/R)\}, \text{ где } \mathbf{c}'_0 \text{ – единичный вектор}$$

вдоль скорости \mathbf{c}' . Раскрывая здесь двойные векторные произведения и принимая во внимание взаимную перпендикулярность входящих в них векторов, в итоге получим

$$[\mathbf{c}_0 [\mathbf{c}_0 \mathbf{r}_0]] = -\mathbf{r}_0, \quad [\mathbf{c}_0 [\mathbf{c}_0 \mathbf{a}_0]] = -\mathbf{a}_0, \quad \mathbf{f} = \frac{e'e}{R^3} r \mathbf{r}_0 + \frac{e'e}{R^3} 2a \mathbf{a}_0.$$

В последней формуле первое слагаемое представляет проекцию кулоновской силы на X , второе слагаемое – её проекцию на Y . Поскольку здесь $e' = e$, величины их соответственно равны F_{\parallel} и F_{\perp} . Отсюда видно, что электрические силы в X обусловлены движением зарядов в Y , в отличие от магнитных сил в X , обусловленных движением зарядов в том же подпространстве. При $r = 0$ $F_{\parallel} = 0$. Это точка неустойчивого равновесия, вблизи которой испущенные навстречу электроны могут находиться сравнительно долго, если они были запущены навстречу друг другу с кинетической энергией 621.485 эВ.

При обращении течения времени направление вращения частиц в Y меняется на обратное, что приводит к изменению знаков полей. При этом соответствующие траектории зеркально симметричны: движение частицы в полном пространстве по винтовой траектории комптоновского радиуса в Y с вращением влево (вправо) по ходу движения меняется на движение вспять с вращением вправо (влево). В отличие от стандартной формулировки СРТ-теоремы, в которой сопоставляются свойства частиц и античастиц соответственно при прямом и обратном течении времени, в шестимерной трактовке СРТ-симметрии сопоставляются свойства одной и той же элементарной частицы при прямом и обратном ходе времени. В этой трактовке заряды частиц и античастиц одинаковы, но знак электрического или магнитного поля определяется направлением вращения частиц в дополнительном пространстве по окружности комптоновского радиуса. Знак заряда – всего лишь метка, соответствующая направлению вращения. Соответствующая формулировка теоремы такова: При обращении времени частица движется в полном пространстве вспять по той же траектории, что и при прямом ходе времени. При этом автоматически изменяются на

противоположные знаки полей, а траектория по ходу движения оказывается зеркально отраженной, и частица приобретает все свойства античастицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марголин А.А. Принцип простоты. // Химия и жизнь. 1981. № 9. С. 79.
2. Klein F. Uber neuere englische Arbeiten zur Gesammelte matematische Abhandlungen. B.2. Springer. Berlin. 1922. 601 S. // Zeit. f. Math. u. Phys. 1901. S. 375.
3. Клейн Ф. Высшая геометрия. М.-Л.: Гостехиздат. 1939. 219 с.
4. Румер Ю.Б. Исследования по 5-оптике. Гостехиздат. М. 1956.
5. Роберт Орос ди Бартини. Некоторые соотношения между физическими константами. // ДАН СССР. 1965. Т. 163. № 4. С. 861-865.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика, Электродинамика. М.: Наука. 1969. 272 с.
7. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М. – Л.: Гостехиздат, 1949. 627 с.
8. Мостовой Ю.А., Мухин К.Н., Патаркин О.О. Нейтрон вчера, сегодня, завтра. // УФН. 1996. Т. 166. № С. 987-1022.
9. Урусовский И.А. Шестимерная трактовка кварковой модели нуклонов. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1999. № 6. С. 64-74.
10. Урусовский И.А. Шестимерная трактовка расширения Вселенной. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2000. № 6. С. 66-77.
11. Урусовский И.А. Космологическая природа тяготения в его шестимерной трактовке. // Российское акустическое общество. Сб. трудов семинара научной школы проф. С.А. Рыбака. Москва. 2000. С. 173-181.
12. Urusovskii I.A. Gravity as a projection of the cosmological force // Physical Interpretation of Relativity Theory. Proceedings of International Scientific Meeting PIRT-2003. P. 359-367. Moscow: 30 June0 – 03 July. 2003. Moscow. Liverpool. Sunderland.