

УДК 530.12; 530.145; 523.11

И. А. Урусовский
ИНТЕРВАЛ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ КАК ПРОЕКЦИЯ
ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В МНОГОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

ГНЦ РФ ФГУП «Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева»

Россия, 117036, Москва, ул. Шверника, 4

E-mail: urusovskii_ia@mail.ru

Показано, что для евклидовых пространств с числом пространственных измерений большим трёх справедливы преобразования Лоренца, если собственное время элементарной частицы пропорционально пути, пройденному ею в дополнительном пространстве, при условии, что элементарные частицы движутся со скоростью света в полном пространстве.

Пространство-время, в котором справедливы преобразования Лоренца, принято считать псевдоевклидовым, а интервал в теории относительности – элементом траектории частицы в пространстве-времени. Однако для евклидовых пространств с числом пространственных измерений большим трёх можно получить преобразования Лоренца, если собственное время элементарной частицы считать пропорциональным пути, пройденному ею в дополнительном пространстве (Y), при условии, что элементарные частицы, как и фотон, движутся со скоростью света в полном пространстве.

Уравнение дисперсии для акустического волновода, для электромагнитного волновода и для волн де Бройля одно и то же: $v_{ph}v_g = c^2$, где v_{ph} – фазовая скорость волн, v_g – групповая скорость (для волн де Бройля равная скорости частицы), c – скорость волн в безграничной однородной среде. Основной характеристикой волновода является то, что он имеет конечные поперечные размеры. Они и обуславливают дисперсию волн. Это указывает на то, что та часть пространства, с которой мы имеем дело в опыте, является трёхмерной лишь приближенно и имеет весьма малые (комптоновские, как далее будет показано) размеры в дополнительном подпространстве.

Дисперсионные свойства волновода видны уже на простейшем примере двух параллельных зеркал, попеременно отражающих фотоны, так что световые лучи оказываются зигзагообразными. Энергия волн распространяется вдоль лучей. Поэтому скорость её распространения вдоль волновода – групповая скорость – оказывается меньше скорости света c и равной $c \sin \theta$, где θ – угол наклона траектории к поперечному сечению волновода. Фронты волн перпендикулярны лучам и поэтому движутся вдоль волновода быстрее скорости света с фазовой скоростью $c/\sin \theta$ – со скоростью воображаемого тахиона, так что произведение групповой и фазовой скорости оказывается равным c^2 . За дисперсию отвечают стенки волновода, либо силовые поля, как в случае электрона, движущегося в магнитном поле по винтовой линии. Это тоже своего рода волновод. Уравнение дисперсии здесь является следствием перпендикулярности лучей волновым фронтам.

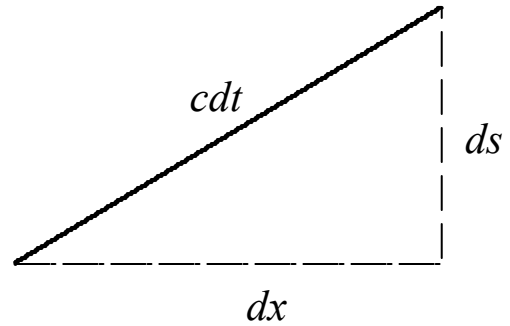
События регистрируются в проекции на обычное трехмерное пространство (X). Все направления в подпространстве Y евклидова многомерного пространства перпендикулярны любому направлению в трёхмерном подпространстве X . Поэтому проекции ds и dx перемещения частицы, движущейся со скоростью света в полном пространстве любого числа измерений, соответственно на подпространства Y и X , связаны теоремой Пифагора: $(cdt)^2 = ds^2 + dx^2$, где cdt – перемещение частицы в полном пространстве за время dt . Отсюда получим $ds^2 = (cdt)^2 - dx^2$.

Для объяснения спина (со всеми установленными его свойствами), изоспина и других вышеупомянутых физических сущностей необходимо наличие трёх дополнительных пространственных измерений [1-3]. Простая шестимерная трактовка этих и других физических сущностей и явлений, включая тяготение и космологию, учитывающая волноводные свойства реального пространства, была дана ранее в статьях [1-7], размещенных на сайте семинара по темпорологии Московского университета <http://www.chronos.msu.ru>). Четырёхмерная трактовка

метрики $ds^2 = (cdt)^2 - dx^2$ с несколько иным учётом волноводных свойств пространства (применительно к четырём пространственным измерениям) была дана Ю.А. Грибовым и размещена на том же сайте, а также в [8].

Рис. 1.

Проекции ds и dx перемещения cdt частицы, движущейся со скоростью света в полном пространстве. Эти три величины связаны теоремой Пифагора.



Волноводные свойства многомерного пространства таковы, что элементарные частицы не могут далеко (на большие комптоновские расстояния) удаляться от трехмерного подпространства и должны удерживаться около него силами космологической природы. Эти силы (типа силы Лоренца, в которой роль заряда играет масса частицы) перпендикулярны всем направлениям трёхмерного подпространства. Они являются причиной указанных выше волноводных свойств пространства и компактификации траекторий элементарных частиц в дополнительном подпространстве, противостоя в нём центробежным силам и оставляя возможность свободного движения частиц в трёхмерном подпространстве. Это обеспечивает возможность образования атомов, молекул и макроскопических тел. Отсюда видно, что никакое из дополнительных измерений не может выполнять функцию временной *оси* координат, иначе компактности траекторий элементарных частиц в дополнительном подпространстве не было бы, и макроскопические тела были бы невозможны.

Время – всего лишь скалярная величина, пропорциональная пути, пройденному частицами в дополнительном подпространстве. Для времени не требуется специальной оси координат. На вопрос: почему элементарные частицы движутся со скоростью света, а макроскопические тела, состоящие из этих частиц, могут оставаться неподвижными, ответ прост. Потому что траектории частиц в дополнительном подпространстве финитны. В среднем за период обращения по таким траекториям они не перемещаются в дополнительном подпространстве. Впрочем, в системе отсчёта, связанной с центром вселенной как трёхмерной сферы, все тела движутся по радиусам трёхмерной сферы со скоростью расширения вселенной (эти радиусы целиком находятся в дополнительном подпространстве). По шестимерной космологии, скорость света зависит от скорости расширения вселенной: сумма их квадратов постоянна во времени. Замедление расширения сопровождается увеличением скорости света.

В космологическом плане подпространство, дополняющее трёхмерную вселенную до полного пространства, отличается тем, что в нём присутствуют силы, удерживающие частицы в комптоновской близости к вселенной.

Не было необходимости считать полное пространство псевдоевклидовым. Покажем это.

В силу финитности траекторий в подпространстве Y частица перемещается по трубке комптоновского радиуса (огibaющей геодезических). Ось трубки принадлежит трёхмерному подпространству X , а поверхность трубки отстоит от оси на величину этого радиуса в подпространстве Y . Интервал ds есть перемещение частицы по направляющей трубки, dx – по оси трубки.

Естественной мерой собственного времени частицы является длина пути частицы в дополнительном подпространстве Y . Поэтому будем считать собственное время τ частицы пропорциональным этому пути. Оно пропорционально $|\cos \theta|$, где θ – угол наклона винтовой линии к направляющей трубки движения (рис. 2). Поэтому, если частица совершает один оборот вокруг оси трубки за собственное время τ , то по часам неподвижного наблюдателя, относительно которого частица движется вдоль трубки со скоростью $v = c \sin \theta$, где c – скорость света, это произойдёт за время $t = \tau / |\cos \theta|$. Учитывая, что $\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$, найдем

$$\sin \theta = v/c, \quad \cos \theta = \pm \sqrt{1 - (v/c)^2}, \tag{1}$$

где верхний знак перед квадратным корнем относится к частице, вращающейся вокруг оси трубки в положительном направлении, нижний – к её античастице, вращающейся в противоположном направлении. Такой выбор знака соответствует следующему соотношению между промежутками собственного времени частицы (или античастицы) $d\tau$ и времени неподвижного наблюдателя dt :

$$dt = \pm d\tau / \cos \theta = d\tau / \sqrt{1 - (v/c)^2}, \quad ds = \pm cd\tau. \quad (2)$$

В неподвижной системе отсчета K частица имеет составляющую скорости по направляющей, равную $c \cdot \cos \theta$. Собственное время частицы с точки зрения неподвижного наблюдателя согласно (2) тоже пропорционально $\cos \theta$, так что частица и в собственной системе отсчета K' движется со скоростью c .

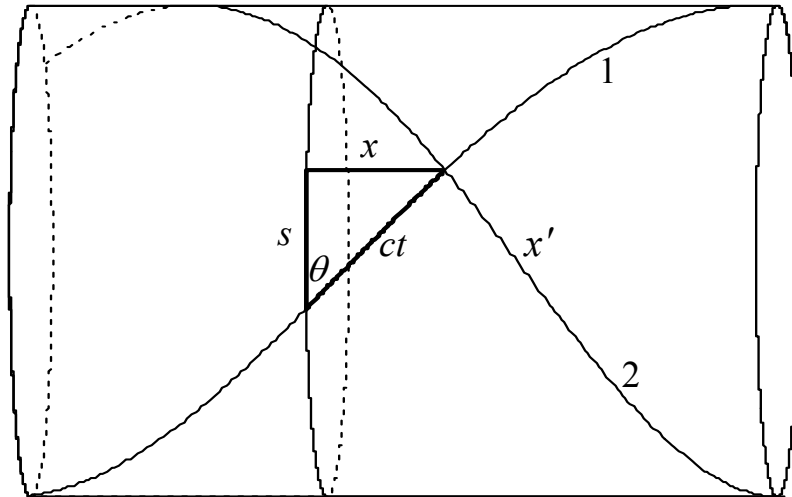


Рис. 2

1 – винтовая траектория частицы, движущейся со скоростью света c в шестимерном пространстве по поверхности цилиндра комптоновского радиуса $a = \hbar/(mc)$ с осью в подпространстве X и направляющей в подпространстве Y .

2 – проходящая через частицу под прямым углом к её траектории винтовая линия одинакового собственного времени частицы, движущаяся вдоль цилиндра со скоростью волны де Бройля; её шаг равен длине волны де Бройля. Вдоль X частица движется со скоростью $v = c \sin \theta$, где θ – угол наклона траектории к поперечному сечению трубки движения – огибающей геодезических.

Проецируя стороны представленного на рис.2 прямоугольного треугольника на траекторию частицы, находим

$$s \cos \theta + x \sin \theta = \zeta. \quad (3)$$

Выберем начальные условия в виде $t = \tau = 0$ при $x = s = 0$. Им соответствуют в согласии с (2) соотношения

$$s = \pm c\tau, \quad \zeta = ct. \quad (4)$$

Подставив $\sin \theta = v/c$ (1) и (4) в (3), получим преобразование Лоренца для времени

$$\tau = \pm [t - (x/c) \sin \theta] / \cos \theta = [t - (xv/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2}.$$

Аналогичное рассуждение применительно к системе отсчёта K' с учётом того, что система K движется относительно рассматриваемой частицы со скоростью $-v$, приводит к обратному преобразованию

$$t = \pm [\tau + (x'/c) \sin \theta] / \cos \theta = [\tau + (x'v/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2},$$

где x' – координата вдоль образующей в системе K' . Переходу от системы K к системе K' соответствует поворот на угол $-\theta$ вокруг точки $x = s = 0$ координатной сетки x, s на

поверхности трубки движения вместе с траекториями частиц на ней, который переводит винтовую траекторию в направляющую трубки.

Для геометрической интерпретации и остальных преобразований Лоренца рассмотрим траекторию частицы P движущейся вдоль трубки с той же скоростью v и пересекающей в момент $t = 0$ винтовую линию $s \cos \theta + x \sin \theta = 0$ в произвольной её точке. В системе отсчёта K неподвижного в X наблюдателя траектории, составляющие угол θ с направляющей, являются линиями постоянных значений координаты x' системы K' . Координата x' отсчитывается по винтовой линии, описываемой уравнением (3). Отсчет ведётся от нормального сечения трубки $x = vt = \zeta \sin \theta$ до сечения, которого частица достигает в момент времени t . На рис. 3, изображающем развёртку трубки движения, $x'(t)$ представлено отрезком BP , а $x(t)$ – отрезком AP . Проецируя эти отрезки, отрезок $CP = \zeta$ траектории частицы и отрезок $OA = s$ направляющей на образующую и направляющую трубки, траекторию частицы и перпендикулярное к траектории направление (вдоль x'), получим при $\cos \theta > 0$:

$$\begin{aligned} x' \cos \theta + \zeta \sin \theta &= x, & s \cos \theta + x \sin \theta &= \zeta, \\ \zeta \cos \theta - x' \sin \theta &= s, & x \cos \theta - s \sin \theta &= x'. \end{aligned}$$

Поделив эти равенства на $\cos \theta$ и исключив s, ζ и θ посредством

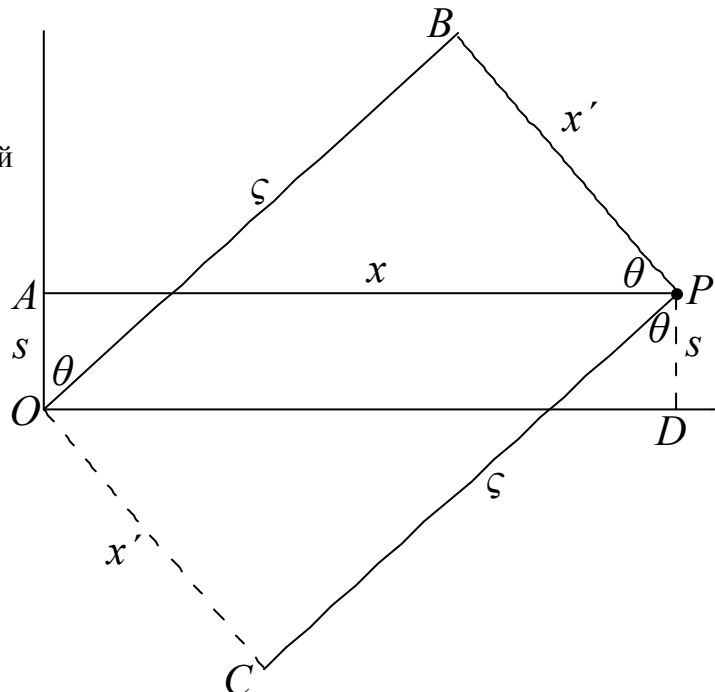
$$s = c\tau, \quad \zeta = ct, \quad \sin \theta = v/c, \quad \cos \theta = \sqrt{1 - (v/c)^2},$$

получим преобразования Лоренца

$$\begin{aligned} x' &= (x - vt) / \sqrt{1 - (v/c)^2}, & \tau &= [t - (xv/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2}, \\ t &= [\tau + (x'v/c^2)] / \sqrt{1 - (v/c)^2}, & x &= (x' + vt) / \sqrt{1 - (v/c)^2}. \end{aligned}$$

Рис. 3.

Развёртка цилиндра, представленного на рис. 2: x и s (интервал) – координаты частицы вдоль образующей и направляющей цилиндра в неподвижной системе отсчёта; x' – то же вдоль образующей в системе отсчёта, связанной с частицей. $OA = PD = s, AP = OD = x, BP = OC = x', CP = OB = \zeta, \zeta = ct$.



Импульс (количество движения) неподвижной в X частицы есть вектор, направленный по касательной к направляющей в точке, в которой частица в данный момент находится, и по величине равный mC – произведению массы частицы m на её скорость в Y . Эта величина равна импульсу покоя релятивистской механики.

Энергия покоя E_0 по определению равна произведению импульса покоя на скорость частицы по направляющей, так что $E_0 = mc^2$. В общем случае полный импульс частицы есть вектор, направленный по касательной к её винтовой траектории на трубке движения и по величине p равный произведению массы частицы m на отношение пройденного ею пути $d\zeta = c dt$ в полном пространстве к затраченному на этот путь собственному времени $d\tau$:

$$p = m \frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{mc}{|\cos\theta|} = \frac{mc}{\sqrt{1-(v/c)^2}} .$$

Это релятивистская формула для полного импульса частицы. Проекции p_x и p_y полного импульса на образующую и направляющую трубки равны соответственно

$$p_x = \pm mc \operatorname{tg} \theta = mv / \sqrt{1-(v/c)^2} , \quad p_y = \pm mc . \quad (5)$$

Эти проекции именованы в релятивистской механике соответственно координатной и временной компонентами 4-импульса частицы. Полная энергия частицы E равна произведению полного импульса p на скорость движения c по винтовой линии:

$$E = pc = \frac{mc^2}{|\cos\theta|} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} . \quad (6)$$

Эта величина равна полной релятивистской энергии частицы. Отношение полной энергии к полному импульсу частицы оказывается таким же, как и для фотона, что является ещё одним общим свойством света и вещества.

Формулы (2, 5, 6) сохраняют силу и при криволинейной оси трубки движения, поскольку и тогда все нормальные сечения трубки перпендикулярны всем направлениям в подпространстве X , содержащем ось трубки.

Ещё одним основным свойством света является то, что энергия фотона равна $h\nu$, где ν – частота света, h – постоянная Планка. В силу принципа одинаковости основных свойств вещества и света, являющегося конкретизацией принципа простоты [9], основополагающего в шестимерной трактовке, энергия покоя частицы mc^2 также должна представляться в виде кванта энергии $h\nu$, так что

$$mc^2 = h\nu . \quad (7)$$

Единственной и естественной частотой ν для частицы вещества является частота её оборотов в дополнительном подпространстве Y . С другой стороны, рассматриваемая частица движется в Y со скоростью света c и поэтому частота ν связана с радиусом a поперечного сечения трубки движения соотношением $2\pi a = c/\nu$. Исключив отсюда и из (7) частоту ν , найдём, что длина направляющей трубки равна комптоновской длине волны: $2\pi a = h/mc$. При этом получается простая интерпретация соотношений неопределённостей Гейзенберга, половинного спина и изоспина, а также полного квадрата спина в X при произвольном выборе оси квантования. Соотношения неопределённостей обусловлены неопределённостью координат и импульсов частиц в Y . Действительно, пусть направляющая трубки движения частицы расположена в плоскости y_2, y_3 . Тогда проекции импульса на оси y_2 и y_3 и координаты частицы по этим осям соответственно равны

$$p_{y_2} = -mc \sin \varphi, \quad p_{y_3} = mc \cos \varphi, \quad y_2 = \frac{\hbar}{mc} \cos \varphi, \quad y_3 = \frac{\hbar}{mc} \sin \varphi,$$

где φ – угол поворота частицы вокруг оси трубки, отсчитываемый от оси y_2 . Средние по φ значения квадратов координат и проекций импульсов соответственно равны

$$\langle y_2^2 \rangle = \langle y_3^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2, \quad \langle p_{y_2}^2 \rangle = \langle p_{y_3}^2 \rangle = \frac{1}{2} (mc)^2, \text{ откуда следуют искомые соотношения}$$

$$\langle p_{y2}^2 \rangle \cdot \langle y_2^2 \rangle = \langle p_{y3}^2 \rangle \cdot \langle y_3^2 \rangle = \hbar^2/4.$$

Винтовая линия на трубке движения, проходящая через частицу и перпендикулярная винтовой траектории частицы, является линией одинакового текущего времени системы отсчёта K' . Эта линия движется вдоль трубки со скоростью волн де Бройля $V_{ph} = c/\sin\theta = c^2/v$, где v – скорость частицы в подпространстве X . Шаг ℓ этой винтовой линии равен дине волны де Бройля

$$\ell = 2\pi a |\operatorname{ctg}\theta| = \frac{\hbar}{mc} |\operatorname{ctg}\theta| = \frac{\hbar}{p_x} = \frac{\hbar}{|mv|} \sqrt{1-(v/c)^2},$$

как это видно из (5) и рис. 2. Угловая координата s/a винтовой линии, перпендикулярной винтовой траектории частицы и описываемой формулами (3) и (4), равна

$$\frac{s}{a} = \frac{\zeta}{a \cos\theta} - \frac{x}{a} \operatorname{tg}\theta = t \frac{mc^2}{\hbar \cos\theta} - x \frac{mc}{\hbar} \operatorname{tg}\theta, \text{ где } \hbar = h/2\pi. \text{ Отсюда и из (5) и (6) видно, что}$$

угловая координата равна фазе волны де Бройля $\pm [Et - p_x(x/\hbar)]$. В месте нахождения частицы $x = vt$ эта фаза есть угол поворота самой частицы на трубке движения.

Функция $\Psi = \exp(is/a)$ удовлетворяет уравнению Клейна – Гордона $a^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} = a^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \Psi$

релятивистской квантовой механики.

В шестимерном пространстве спин и изоспин трактуются как проекции полного момента количества движения соответственно на подпространство X и на подпространство Y , а собственный магнитный момент – как результат вращения заряда со скоростью света в Y по орбите комптоновского радиуса. Электрическая сила взаимодействия между зарядами есть сила Лоренца, возникающая при таком орбитальном движении зарядов в создаваемом ими же магнитном поле в Y . Она не имеет особенности и на больших комптоновских расстояниях асимптотически стремится к кулоновской силе. Спин, изоспин и собственный магнитный момент преобразованиям Лоренца не подвергаются и не испытывают релятивистских искажений, поскольку они обусловлены только движением в подпространстве Y .

Сила тяготения, действующая на элементарную частицу, есть проекция космологической силы (типа силы Лоренца), перпендикулярной трехмерной сфере и противостоящей центробежной силе при указанном вращении, на траекторию частицы в полном пространстве. Принцип Ферма в применении к этой траектории вместе с уравнением Эйнштейна с двумя нулевыми индексами приводит к метрике Папапетру и экспоненциальному затуханию гравитационных волн. Попытки принять гравитационные волны от каких-либо небесных тел бесполезны, но они могут быть приняты в лабораторном эксперименте [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Урусовский И.А.. Шестимерная трактовка релятивистской механики, спина, метрической теории тяготения и расширения Вселенной // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1996. №3. С. 3-21.
2. Урусовский И.А. Шестимерная трактовка кварковой модели нуклонов// *ibid.*, 1999. № 6. С. 64-74.
3. Urusovskii I.A. Six-Dimensional Treatment of CPT-symmetry // Proc. Int. sci. meeting 'Physical Interpretations of Relativity Theory'. P. 318-326. Moscow: 4-7 July, 2005. Bauman Moscow State Tech. Univ. & Univ. Sanderland, Great Britain. http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/urusovsky_six.pdf
4. Urusovskii I.A. Gravity as a projection of the cosmological force/ Proceedings of International Scientific Meeting PIRT-2003. Moscow, Liverpool, Sunderland. Bauman University, 30 June – 03 July 2003. P. 359-367.

5. Урусовский И.А. Камни преткновения стандартной космологии в свете шестимерной космологии. // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2007. Т. 4. № 2(8). С. 146-166.
6. Урусовский И.А. Эксперимент В.С. Троицкого как свидетельство звёздной природы микроволнового космического излучения // Электромагнитные волны и электронные системы. 2011. №1. Т. 16. С. 36-50.
7. Urusovskii I.A. Gravitational Waves and Papapetrou Metric in the Six-Dimensional Treatment of Gravitation // Physics of Wave Phenomena, 2010, Vol. 18, No. 3, pp.185-195. Allerton Press, Inc., 2010.
8. Gribov Iouri. A. Dark Matter as Pico-Windows to physically equal Multiverse Worlds with Myriads Civilizations around Us (in extra dimensions)// Leibniz Online 13/12. Zeitschrift der Leibniz-Sozietät e. V. ISSN 1863-3285. http://www2.hu-berlin.de/leibniz-sozietat/journal/archive/13_12/01_gribov.pdf
9. Марголин А.А. Принцип простоты // Химия и жизнь. 1981. № 9. С. 79.

I.A. Urusovskii

**Theory Relativity Interval as a Projection of a Displacement of a Particle
in the Multidimensional Space**

It is shown that in Euclidean spaces with number of spatial dimensions more than 3, the Lorentz transformations holds true if the proper time of each elementary particle is proportional to the length of its path in the additional subspace, and all elementary particles move at the speed of light in the whole space.